

Propriétés de rectitude des réseaux radioconcentriques et rectilinéaires

Didier Josselin & Vincent Labatut

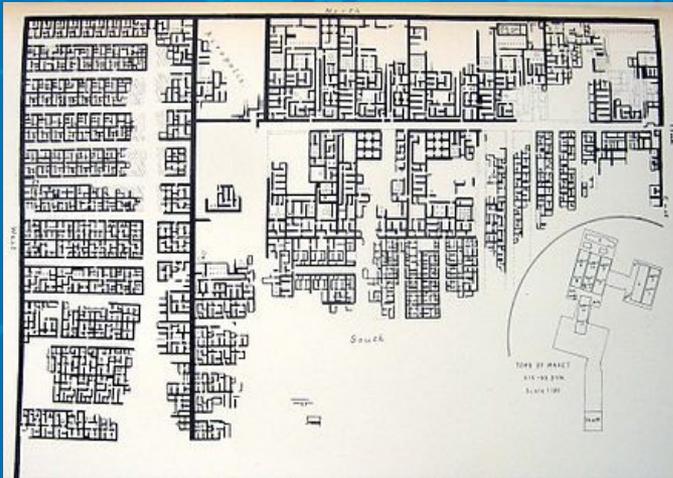
*UMR ESPACE 73000, CNRS
Laboratoire d'Informatique d'Avignon (LIA)*

MARAMI'2018, Avignon, 17-19 octobre 2018



**Réseaux rectilinéaires
et radioconcentriques :
illustrations**

Structures réticulaires antiques

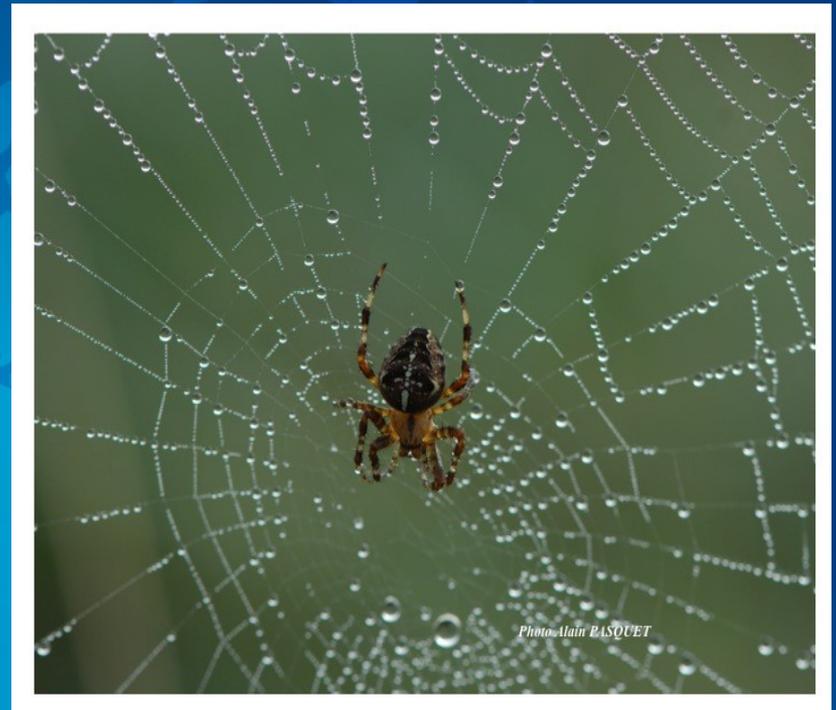


Plan hippodamien
de Kahun (Égypte)



Ville de Mari (Syrie)

Toiles d'araignée orbitèles



Araneus diadematus

Clichés : Pasquet, 2011



Structures très régulières



Ville circulaire aux Etats-Unis



Palmanova (Italie)



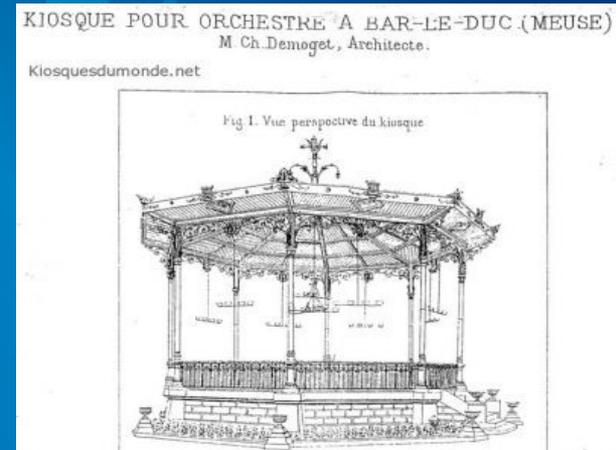
Champ d'héliostats (Etats-Unis)



Parlement européen (Strasbourg)



Théâtre antique (Orange)



Charpente (Bar le Duc)

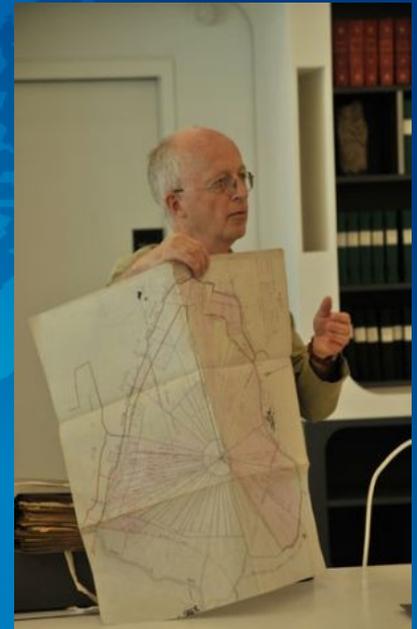
Structures agricoles en canaux



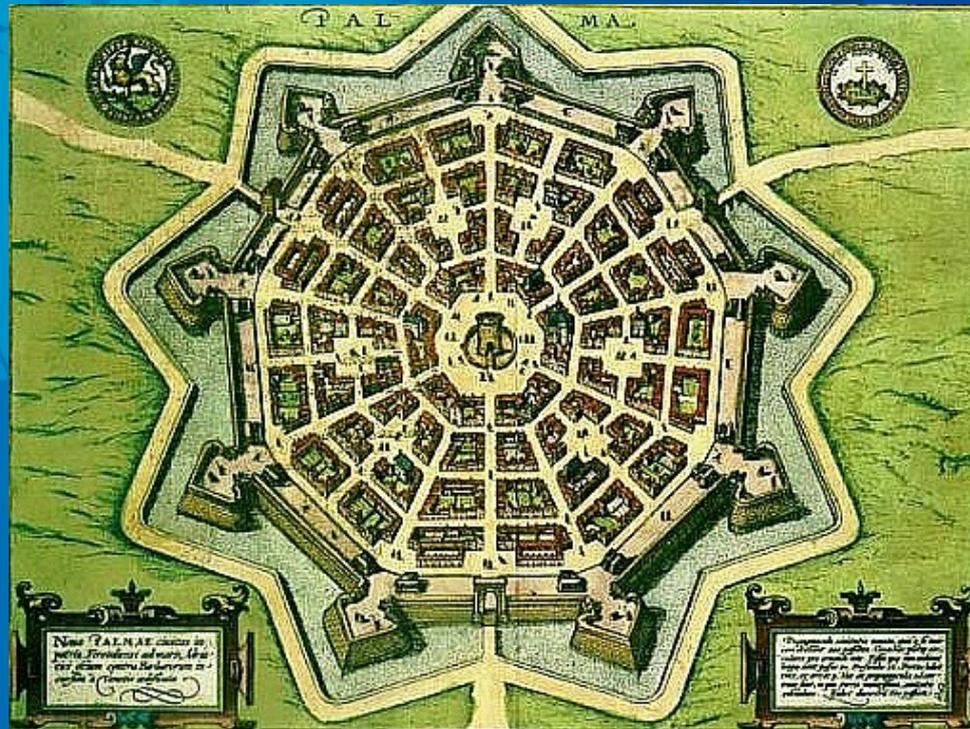
Canaux d'irrigation (Maroc)



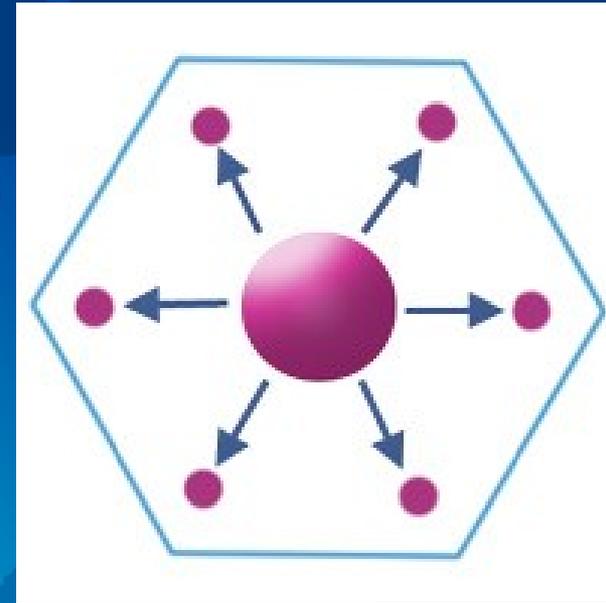
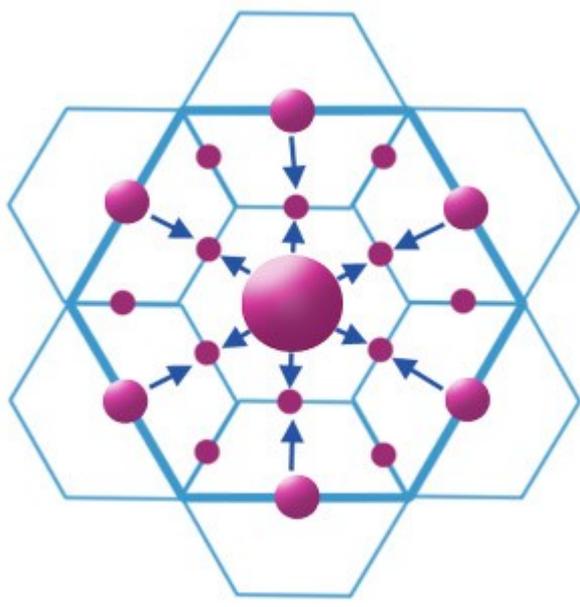
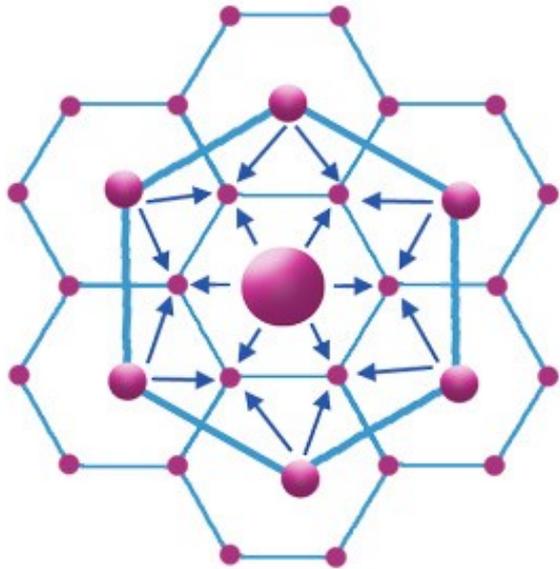
Etang de Montady (Hérault)



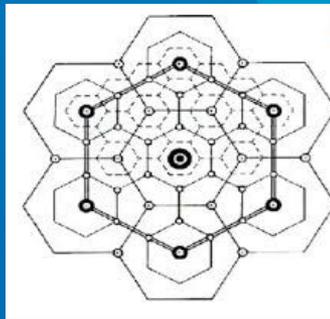
La cité du soleil de Campanella (1623)



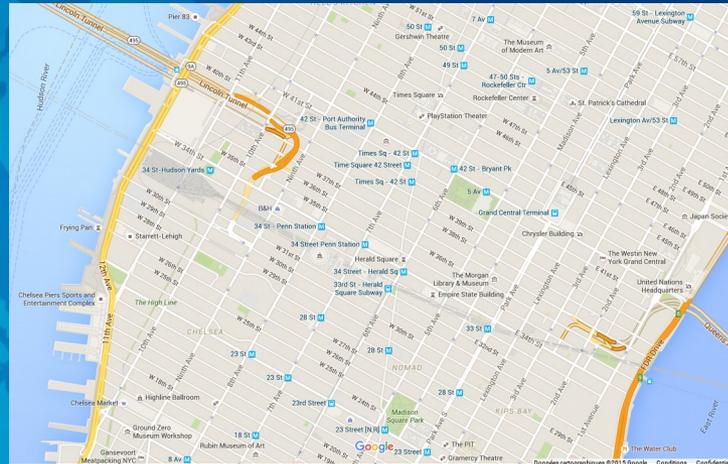
Théorie des lieux centraux (Christaller, 1933, Lösch, 1940)



Principes ... de marché, de transport,administratif



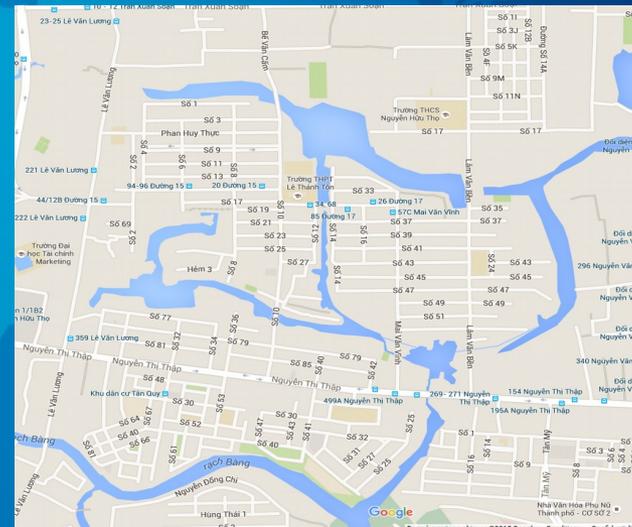
Réseaux rectilinéaires



Manhattan (USA)



Chicago (USA)

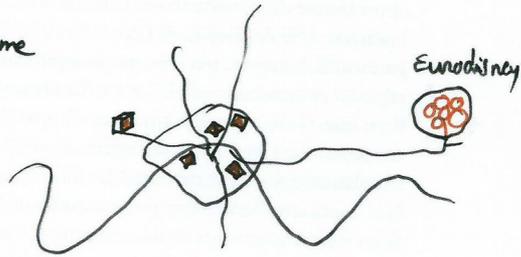


Hồ Chí Minh (Vietnam)

Étalement urbain et évolution polyradio-concentrique

Les années '80 :

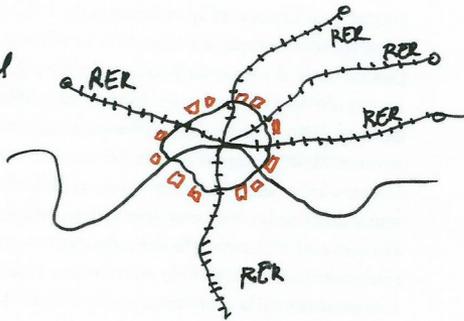
Grands Travaux et tourisme international



Les années '90 :

RER et tourisme régional

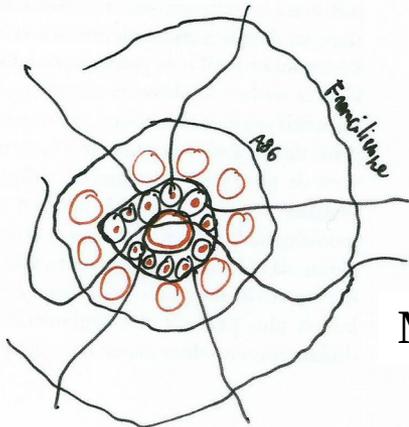
- shopping au centre
- 'ville franchisées' au périphérique



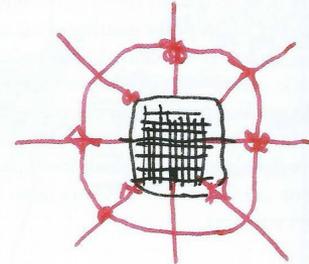
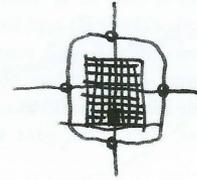
Les années 2000 :

'quartiers verts'

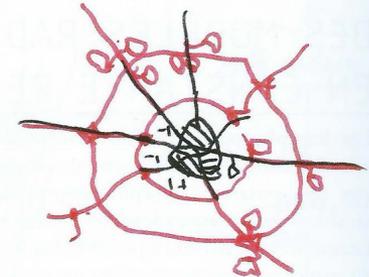
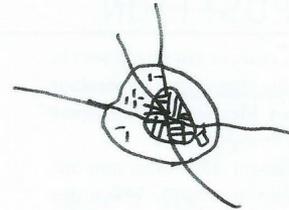
- communautarismes
- hypercentre touristique
- élargissement de la couronne résidentielle



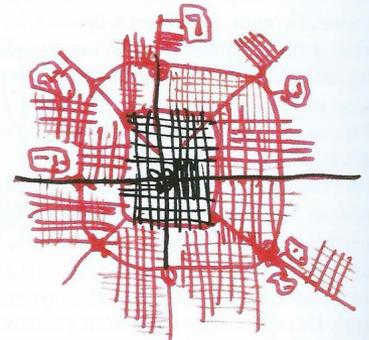
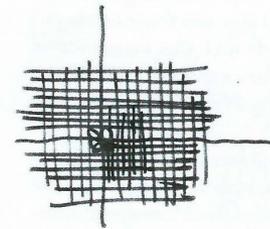
ASIE



EUROPE



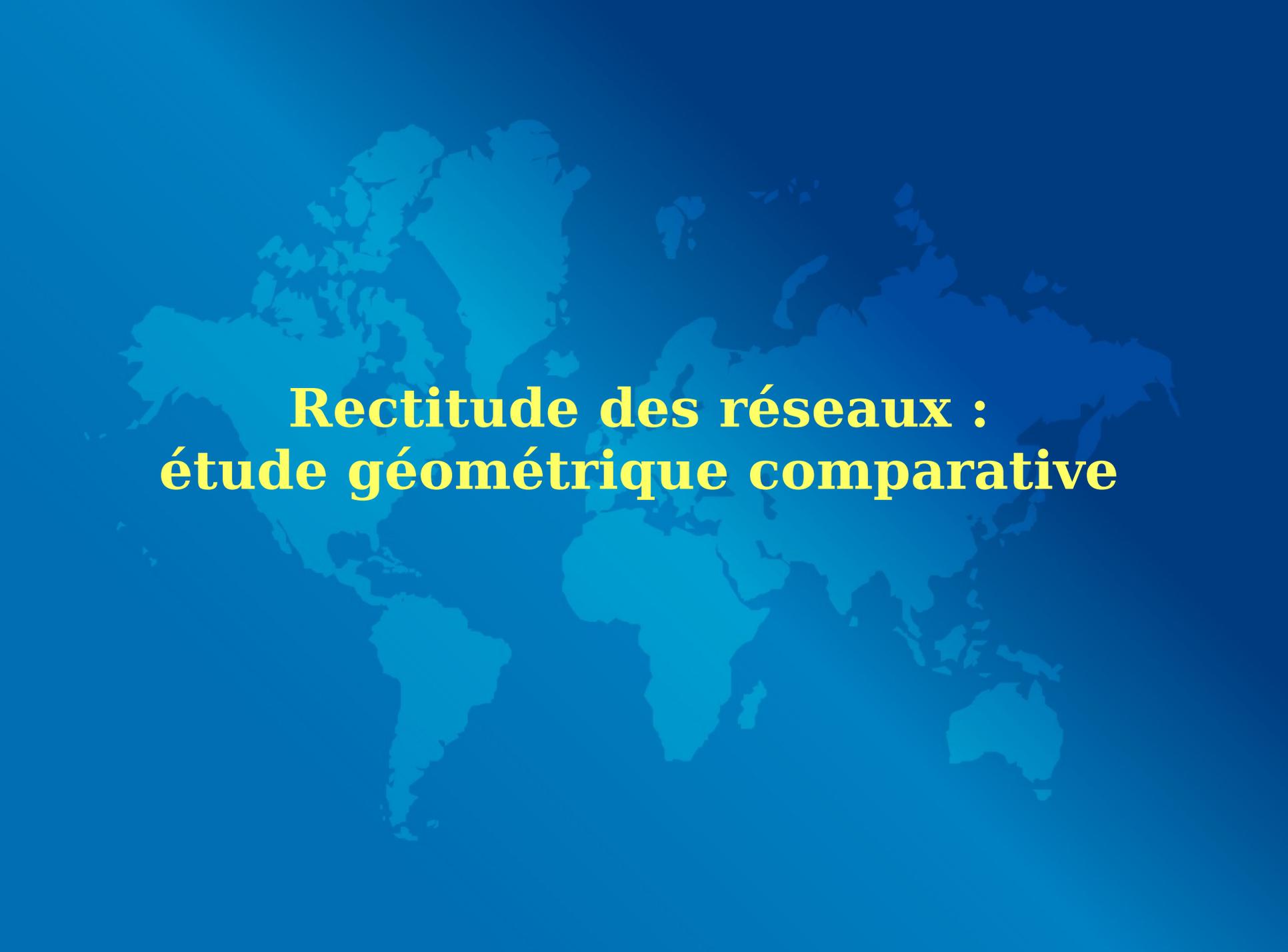
AMÉRIQUES



Mangin, 2004

cdm
2003

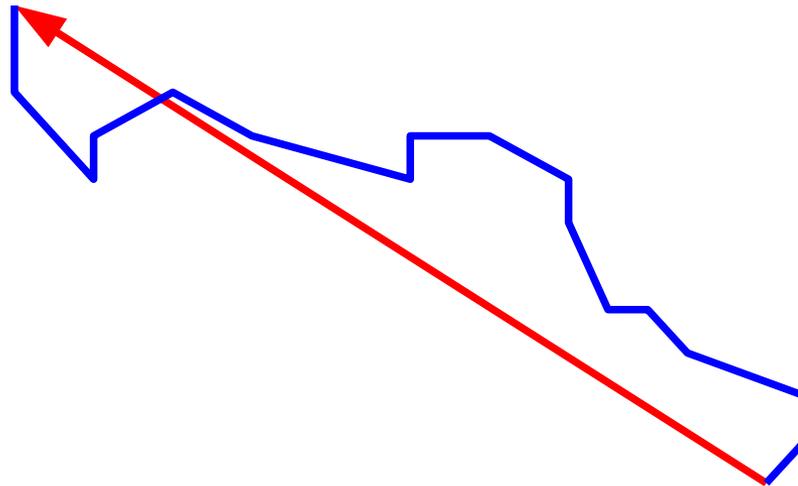
Des évolutions convergentes vers un modèle polyradioconcentrique.



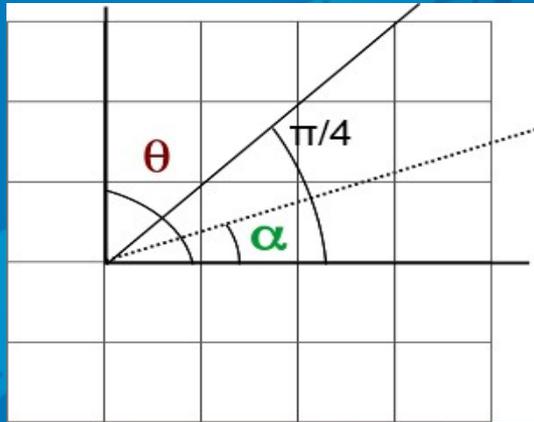
**Rectitude des réseaux :
étude géométrique comparative**

Rectitude (spatiale) d'un réseau

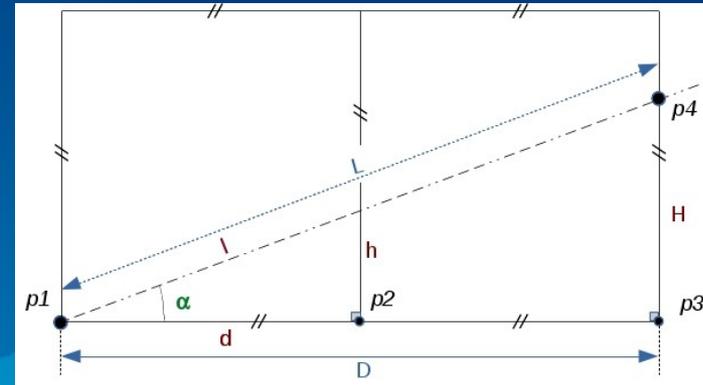
Rectitude (sorte d'efficacité à se déplacer au plus court chemin)
= **distance à vol d'oiseau** / **distance parcourue sur le réseau**



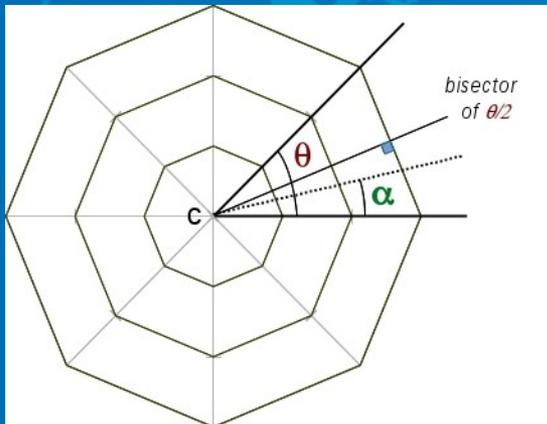
Formes homothétiques pour déplacements centrifuges



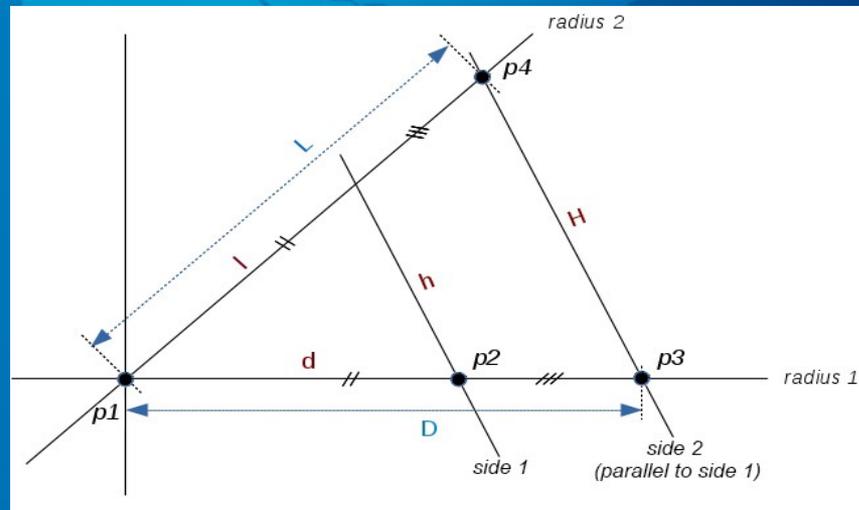
rectlineaire



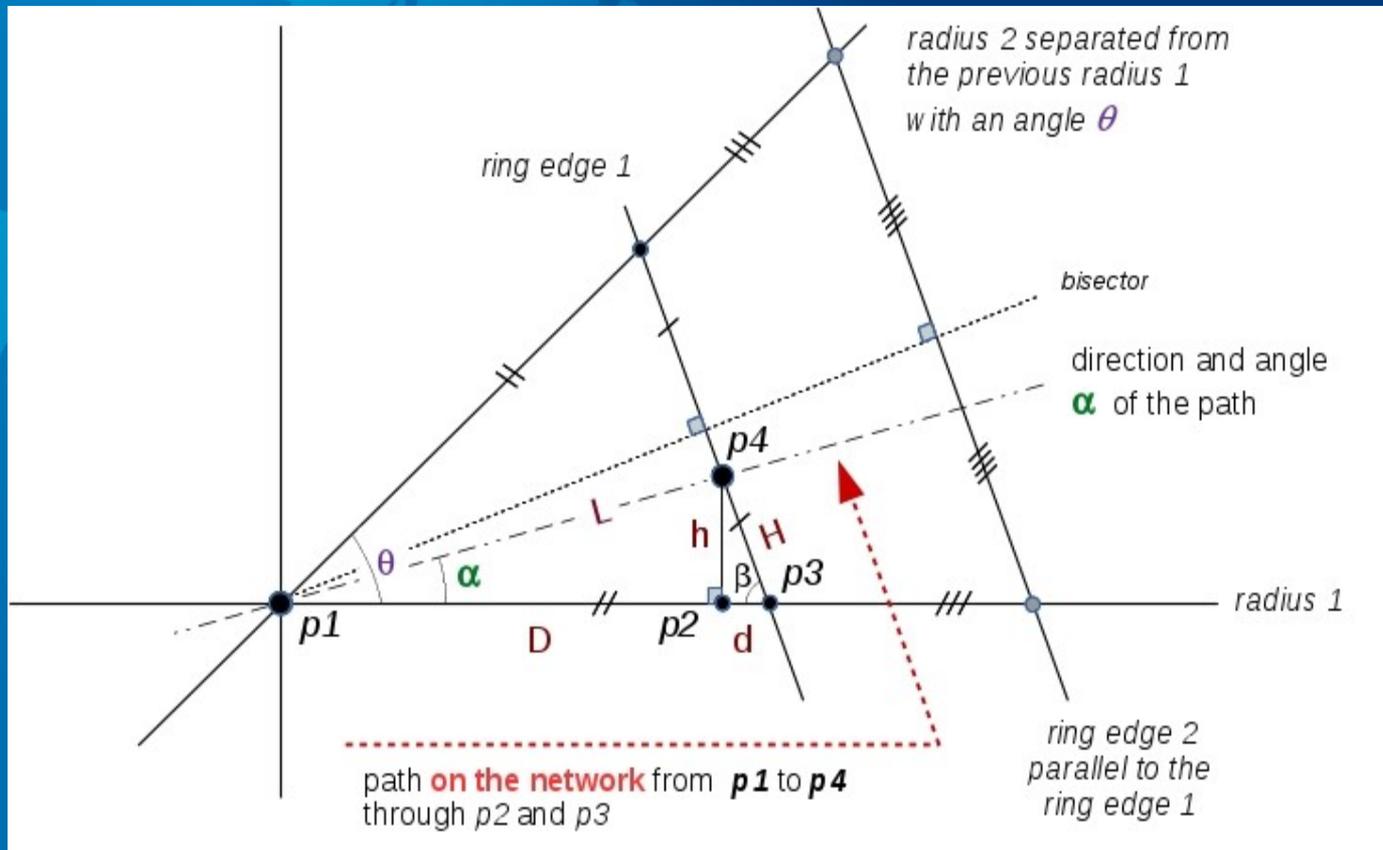
$$S(\alpha) = \frac{l}{d + h} = \frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha}$$



radiocentrique



Déplacement centrifuge sur réseau radio-concentrique

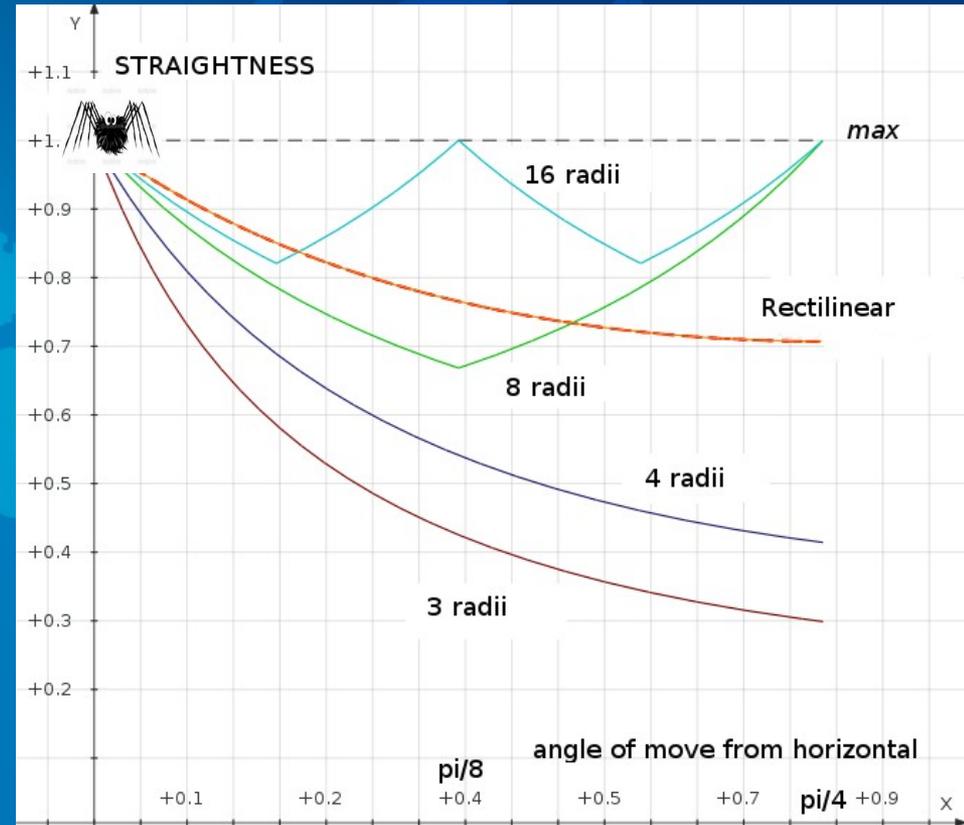
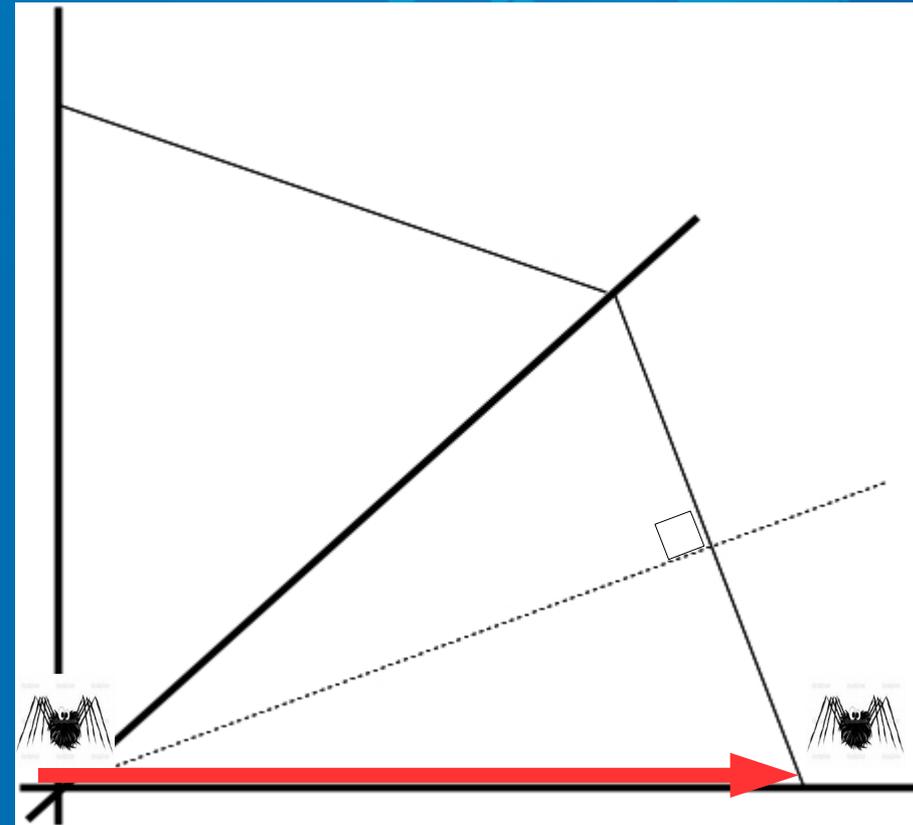


$$S_{\theta}(\alpha) = \frac{L}{D + d + H} = \frac{1}{\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\tan \frac{\pi - \theta}{2}} + \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{\pi - \theta}{2}}}$$

Relation entre rectitude et angle de déplacement

Exemple avec 8 rayons

Rectitude S

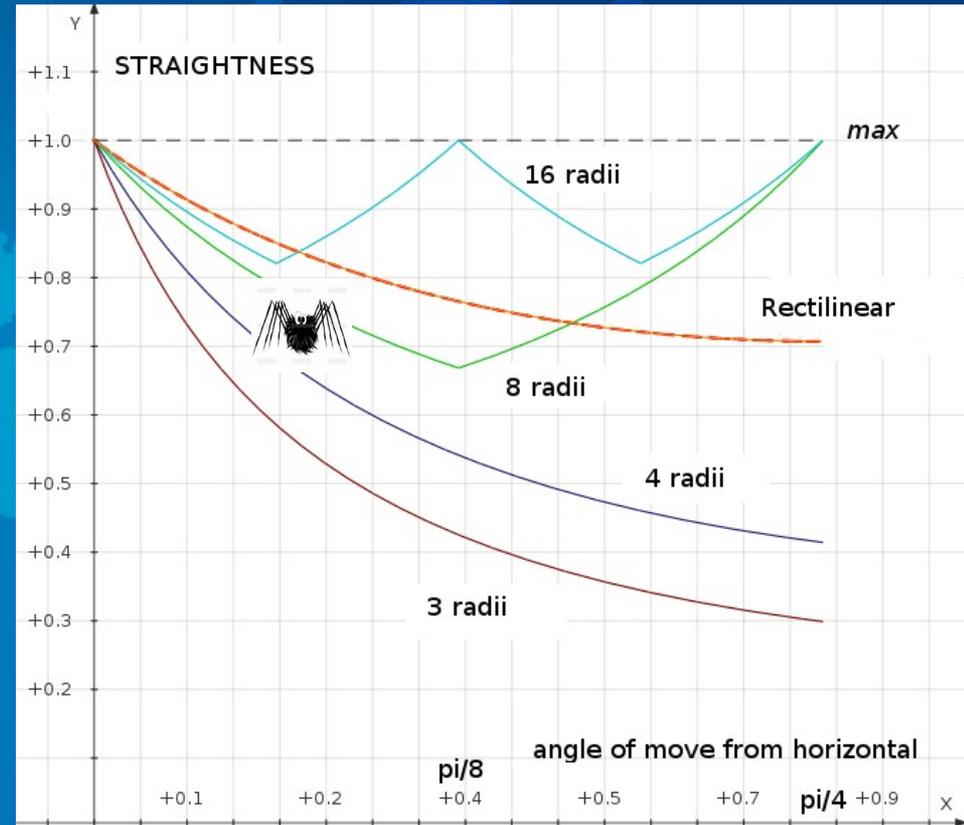
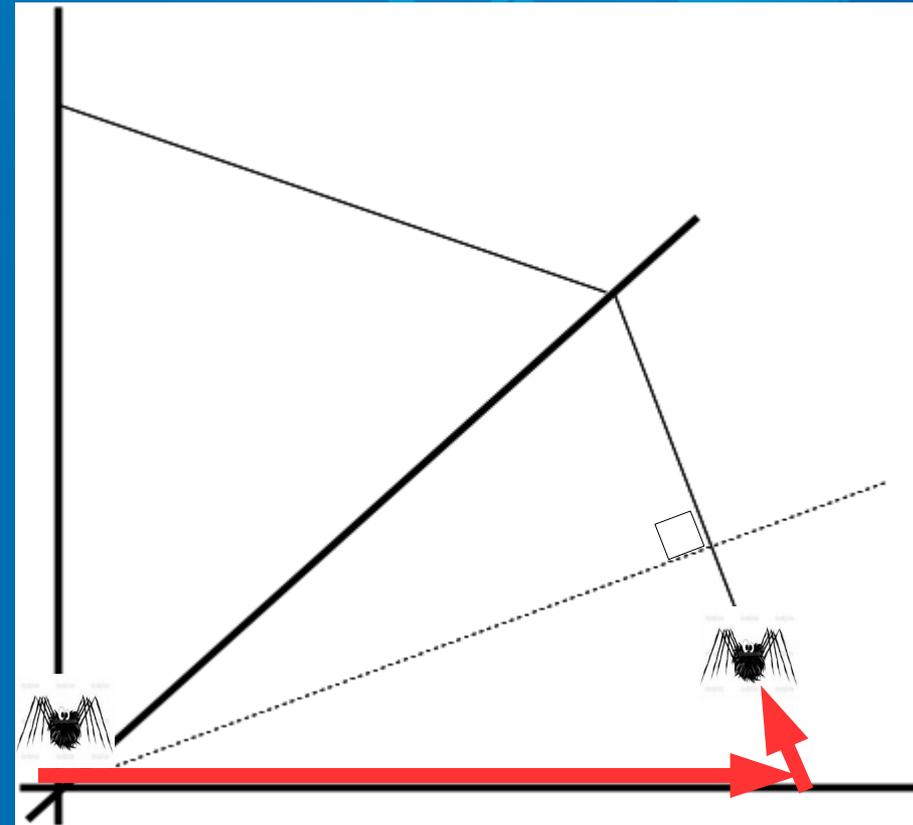


Zoom sur un quart du réseau radioconcentrique

Angle α

Relation entre rectitude et angle de déplacement

Rectitude S

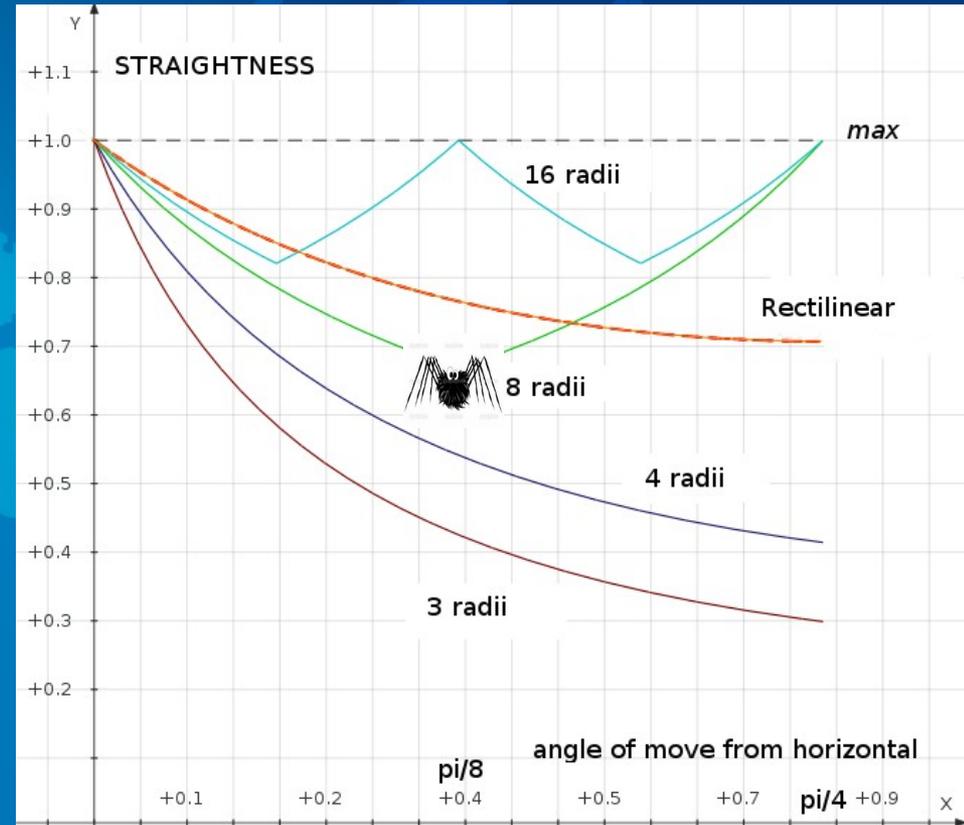
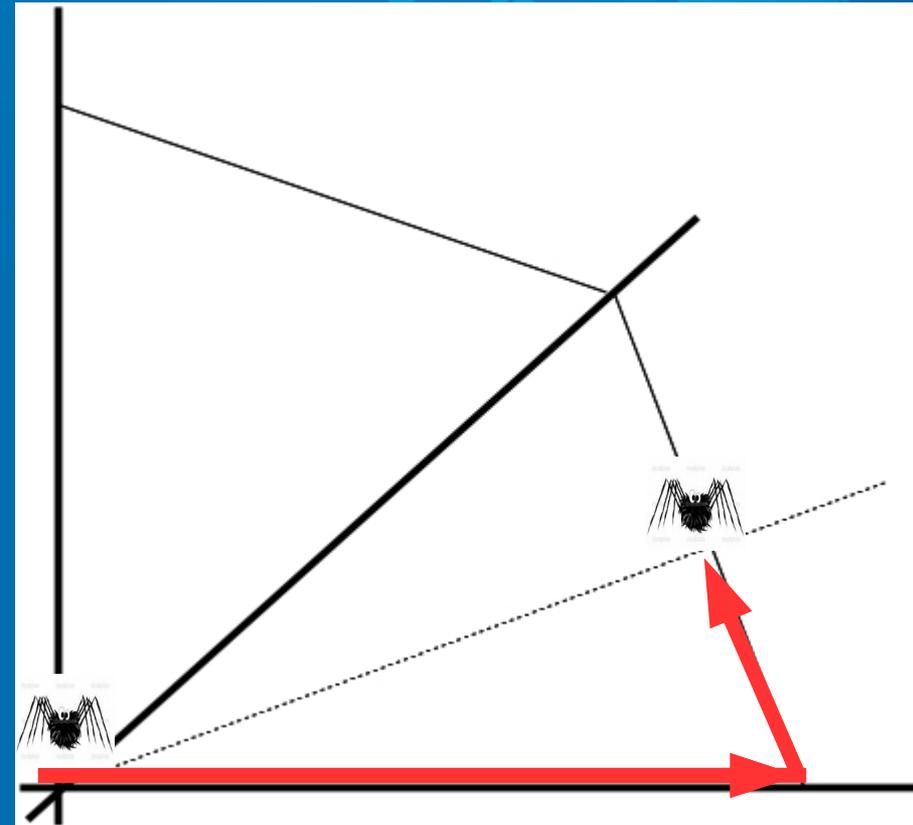


Zoom sur un quart du réseau radioconcentrique

Angle α

Relation entre rectitude et angle de déplacement

Rectitude S

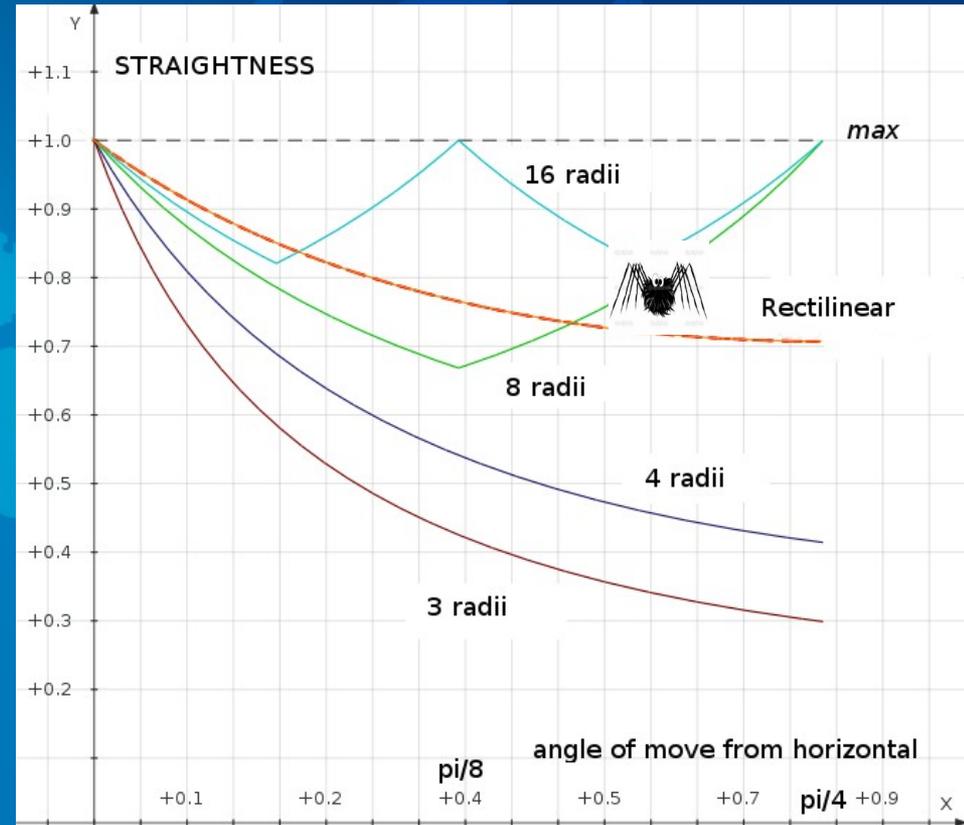
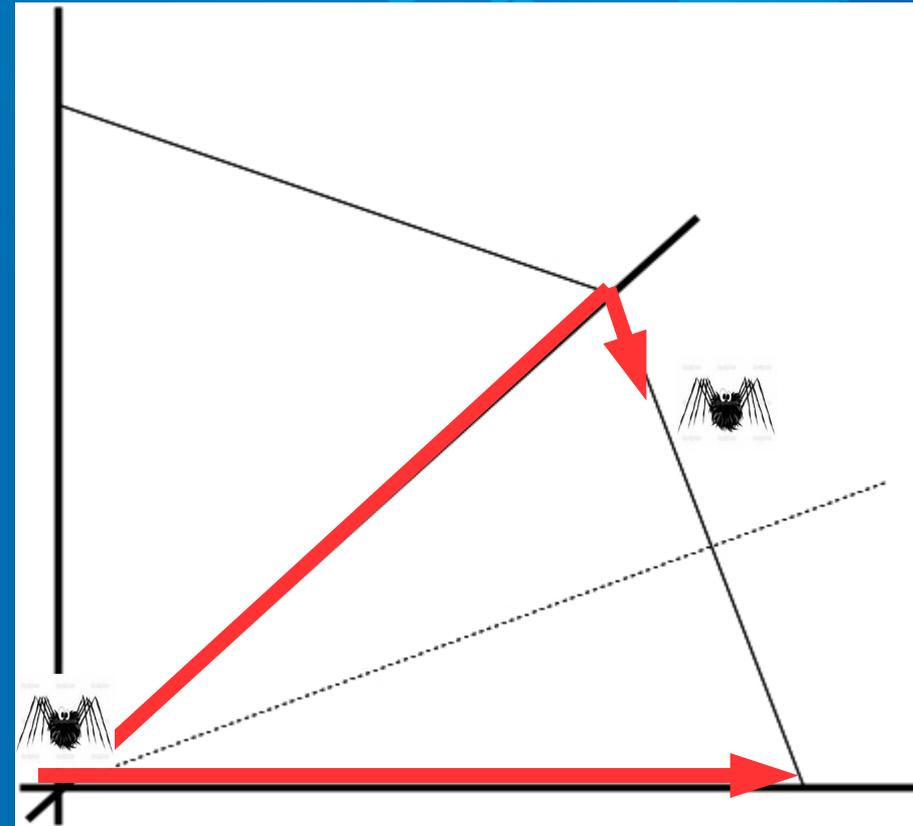


Zoom sur un quart du réseau radioconcentrique

Angle α

Relation entre rectitude et angle de déplacement

Rectitude S

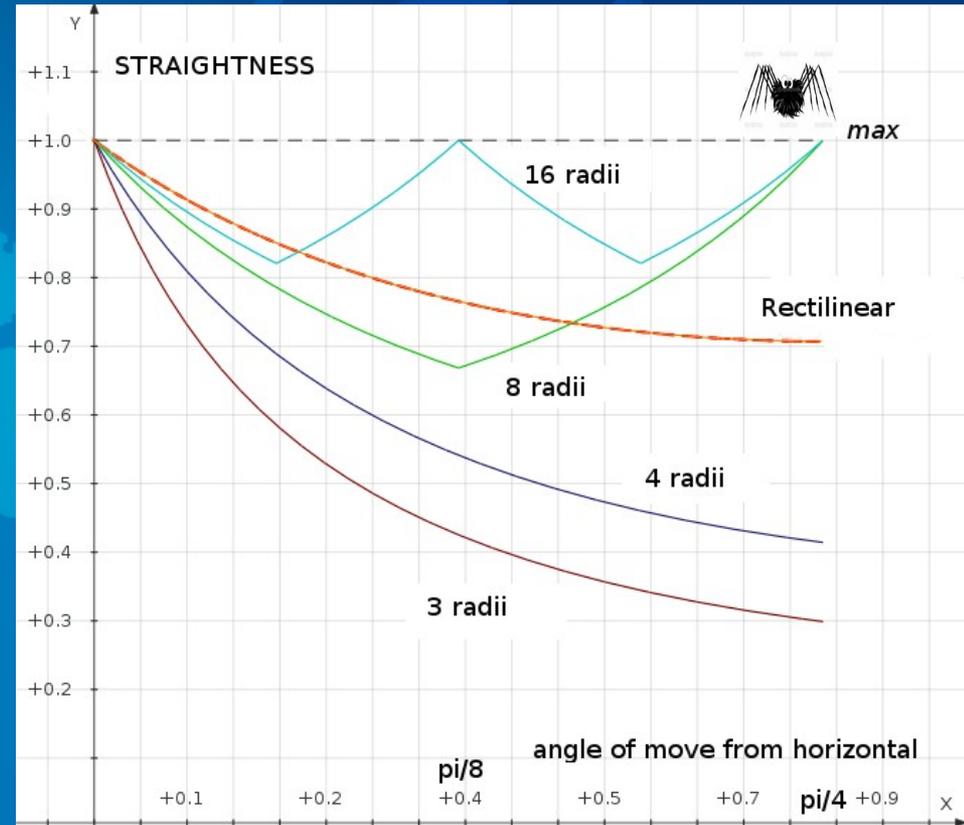
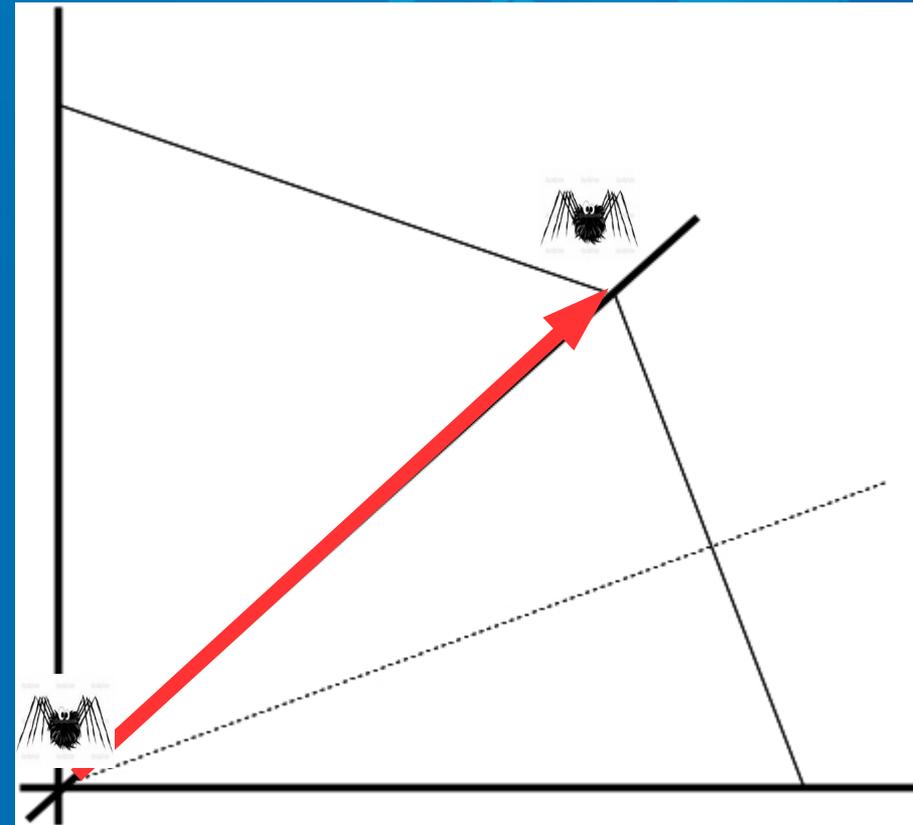


Zoom sur un quart du réseau radioconcentrique

Angle α

Relation entre rectitude et angle de déplacement

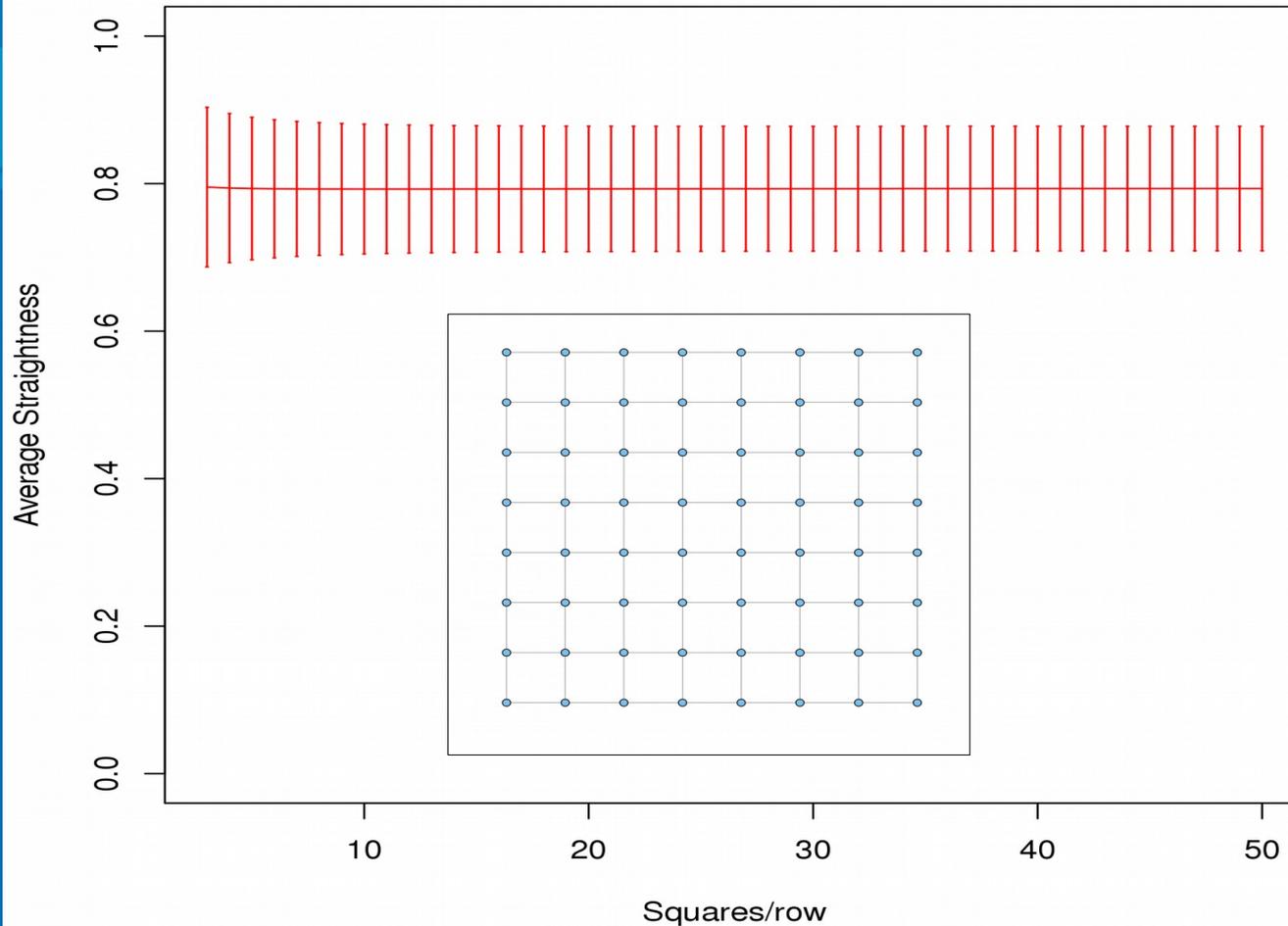
Rectitude S



Zoom sur un quart du réseau radioconcentrique

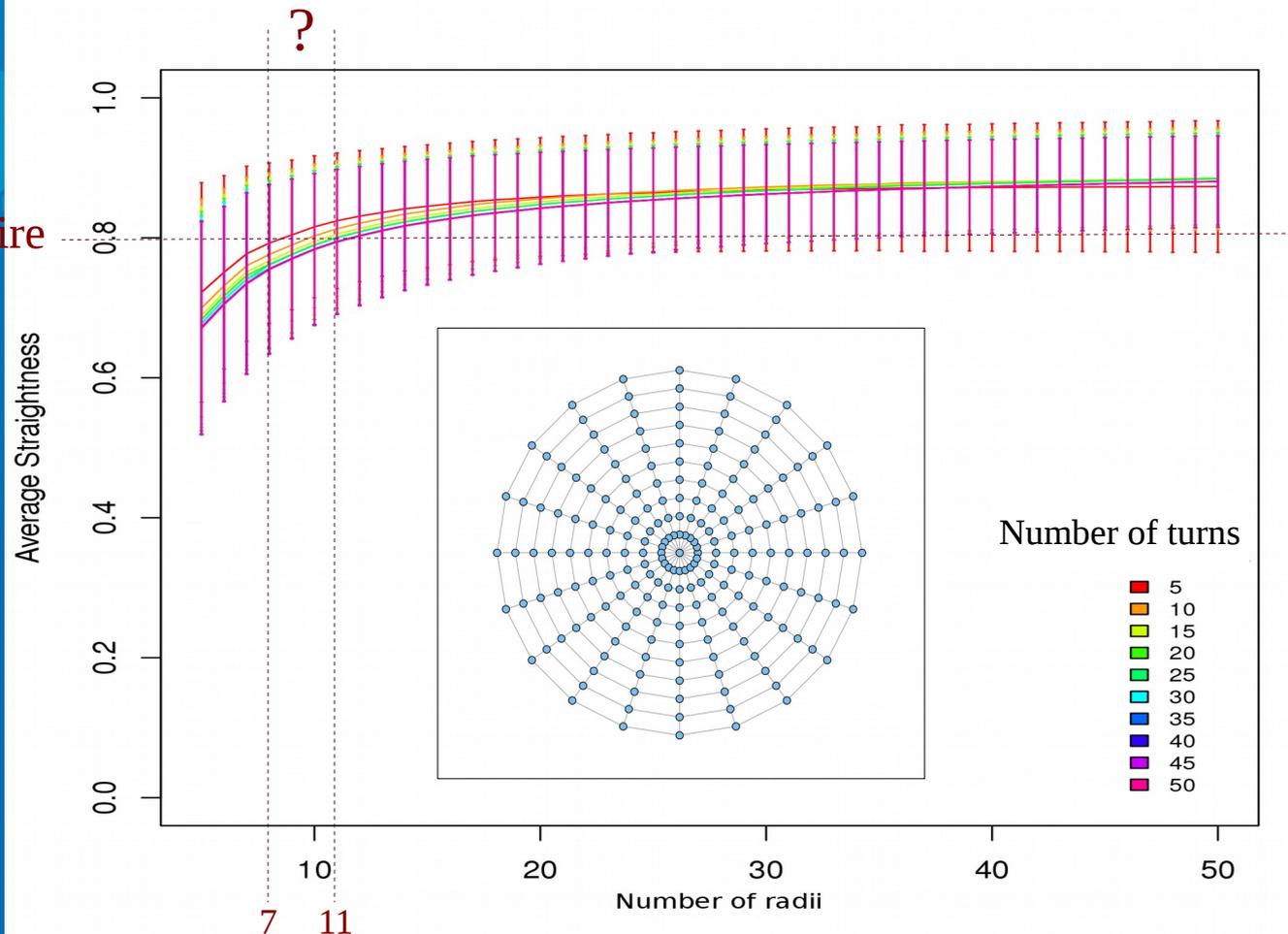
Angle α

Rectitude moyenne (et écart-type) d'un réseau rectilinéaire, en fonction de la densité des arêtes et pour différentes quantités de spires



Rectitude moyenne (et écart-type) d'un réseau radioconcentrique, en fonction de son nombre de rayons et pour différentes quantités de spires

rectilinéaire





**Rectitude des réseaux :
étude théorique comparative
pour des déplacements
centre-périphérie**

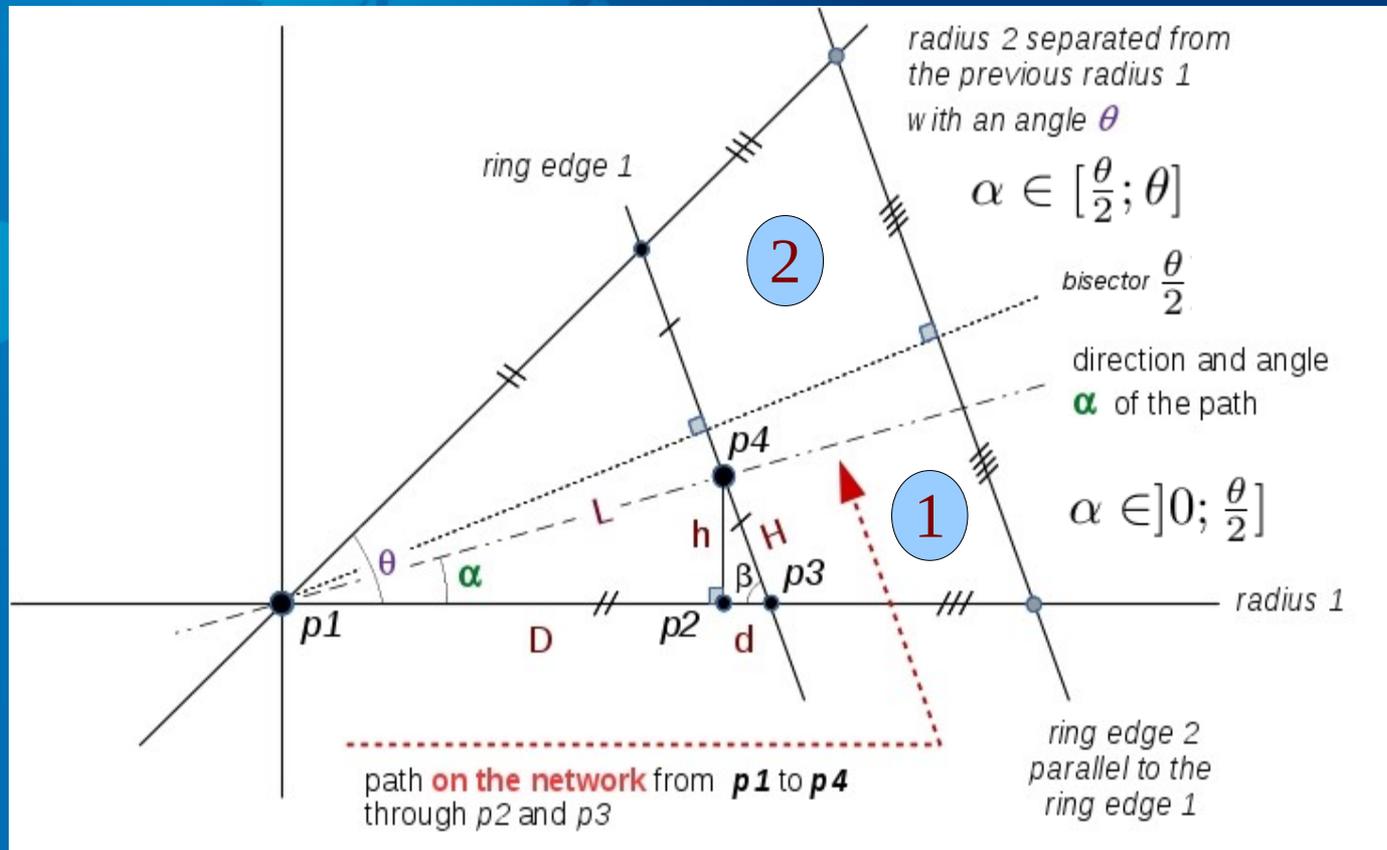
Réseaux radioconcentriques : cas d'un nombre infini de rayons

α et θ tendent vers 0, k tend vers ∞

$$R_k(\alpha) = \frac{1}{\cos(\alpha) + \frac{\sin(\alpha)}{\tan(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{k})} + \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{k})}}$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} R_k(\alpha) = \lim_{\theta \rightarrow 0} R_\theta(\alpha) = 1$$

Réseaux radioconcentriques : deux secteurs angulaires



$$R_{\theta}(\alpha) = \frac{1}{\cos(\alpha) + \frac{\sin(\alpha)}{\tan(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})} + \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})}}$$

1

$$R_{\theta}(\theta - \alpha) = \frac{1}{\cos(\theta - \alpha) + \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\tan(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})} + \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})}}$$

2

Comparaison de réseaux avec un nombre fini de rayons : premier secteur angulaire

1

$$\alpha \in]0; \frac{\theta}{2}]$$

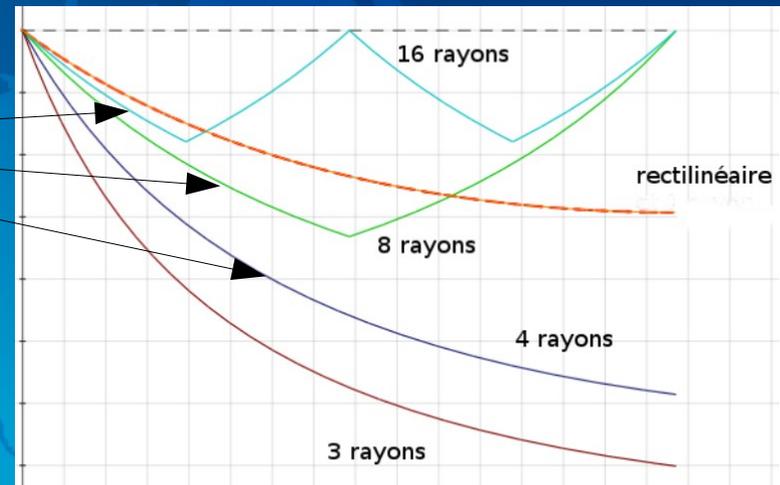
Rectitude

$$R_{\theta}(\alpha) \geq R(\alpha)$$

?

$$\sin(Z) - \cos(Z) \geq 1$$

$$\text{avec } Z = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$$



angle de déplacement α

Ne dépend pas d' α !

Inégalité jamais respectée dans ce secteur angulaire :
les réseaux radioconcentriques ne peuvent jamais avoir
de rectitude meilleure que les réseaux rectilinéaires

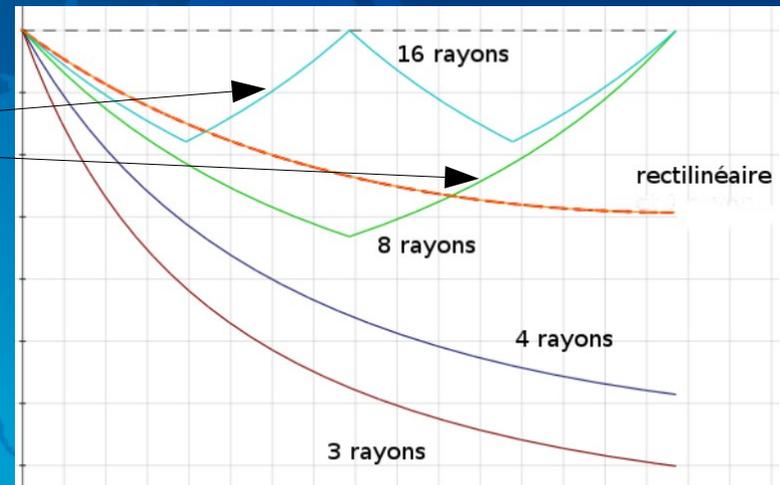
Comparaison de réseaux avec un nombre fini de rayons : second secteur angulaire

2

$$\alpha \in \left[\frac{\theta}{2}; \theta\right]$$

$$R_\theta(\theta - \alpha) \geq R(\alpha) \quad ?$$

Rectitude



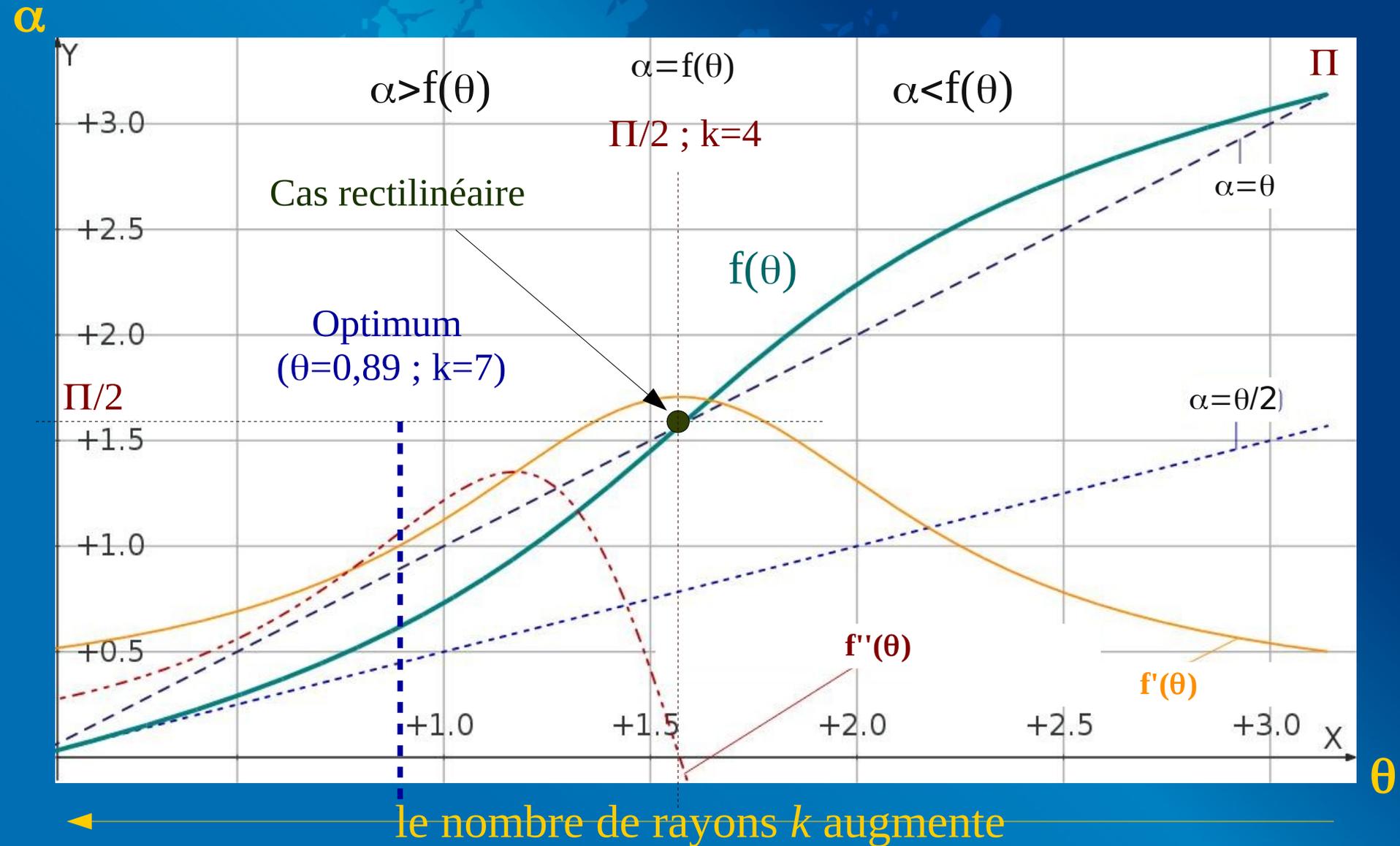
Angle de déplacement α

$$\pi/2 + \arctan\left(\frac{\sin(\frac{\theta}{2}) - \cos(\frac{\theta}{2}) - \cos(\theta)}{\sin(\theta)}\right) \leq \alpha \leq 3\pi/2 + \arctan\left(\frac{\sin(\frac{\theta}{2}) - \cos(\frac{\theta}{2}) - \cos(\theta)}{\sin(\theta)}\right)$$

$f(\theta)$

cas impossible : $\alpha > \theta$

Comparaison de réseaux avec un nombre fini de rayons



A world map is centered in the background, rendered in a light blue color against a darker blue gradient background. The map shows the outlines of the continents.

Discussion

Résumé sur la propriété de rectitude

- Démonstration des observations : le réseau radioconcentrique est plus efficace à partir de 7 rayons pour les déplacements centre-périphérie
- Mais le réseau rectilinéaire est meilleur quand l'angle de déplacement est inférieur à la moitié de l'angle séparant 2 rayons
- Usage pour des réseaux avec hub sans engorgement (rare, voire inexistantes ;) : réseaux internet, réseaux électriques, réseaux de redistribution de liquide ou d'énergie sans résistance...

Limites et perspectives

- Déplacements centre-périphérie seulement
- Rectitude spatiale et non en coût (temps, bouchons...)
- Déséquilibre d'accessibilité sur le réseau radioconcentrique (favorise le centre)
- Reste à voir si le réseau est économe en “tuyaux” ?
- Modification de propriétés dans contexte différent (équilibre de Wardrop, paradoxe de Braess...)